

Kuopion yliopisto

Tilastotiede I -kurssin tentti 28.4.2006

Tee 5 tehtävää. Muista lukea tenttikysymys ensin huolellisesti.

1. Sari Rissanen kysyi väitöskirjassaan Omaishoito ja hoivayritykset vanhusten huolenpidon ratkaisuina? mm vastaajien halukkuutta osallistua nykyistä enemmän läheisen vanhuksen huolenpitoon. Seuraavana on ristiintaulukko vastaajista, jotka eivät olleet osallistuneet vanhuksen huolenpitoon.

Osallistumishalukkuuden lisäys	Naiset	Miehet	Yhteensä
Kyllä	15	20	35
Ei	99	114	213
Ei tietoa	40	29	69
Yhteensä	154	163	317

Kuvaile muuttujien riippuvuus kuviolla ja tunnusluvulla sekä kerro eroavatko miehet ja naiset toisistaan osallistumishalukkuuden lisäyksen suhteen ja jos eroavat, niin miten.

2. Seuraavassa on esitetty eräiden Suomen kuntien kunnallisveroprosentteja. Kuvaile näiden lukujen jakauma taulukon, kuvion ja tunnuslukujen avulla. Tulkitse tulos.

19,00 18,50 17,00 18,75 18,75 17,00 18,00 18,00 17,00 18,50 17,00 18,00

3. Seuraavassa esityksessä on Suomen kunnat jaettu kaupunkeihin ja muihin kuntiin. Tutki kunnallisveroprosentin eroa piirtämällä keskiarvovertailuun sopiva kuvio. Tulkitse tulos.

Veroprosentti

kuntamuoto	Keskiarvo	N	Keskihajonta
Kaupunki	18,0357	105	,7234
Muu kunta	18,0720	347	,7032
Total	18,0636	452	,7073

4. Laske edellisen tehtävän ryhmäseksiarvoille 95%:n luottamusvälit.

5. Mitta-asteikot. Kerro myös esimerkkejä kultakin mitta-asteikolta ja millaisia kuvailumenetelmiä kunkin asteikon muuttujille voidaan käyttää.

6. Millä todennäköisyydellä kuuden henkilön ryhmässä on saman verran miehiä ja naisia, jos miehen valitsemisen todennäköisyys oletetaan puolikkaaksi? Millä todennäköisyydellä kaikki satunnaisesti valitut 6 henkilöä ovat miehiä?

Kaavoja:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i, s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2 \right]}$$

Pearsonin korrelaatiokerroin

$$r = \frac{n \sum x y - \sum x \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

$$\chi^2 \text{-testi: } \chi^2 = \sum \sum \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2(df), \text{ missä } df = (r-1)(s-1) \text{ ja } e_{ij} = \frac{f_{i\cdot} \cdot f_{\cdot j}}{n}$$

Keskiarvon luottamusväli $P\left(\bar{x} - z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$ missä z t-jakaumasta
 $df = n-1$, jos $n < 30$.

$$\text{Spearmanin järjestyskorrelaatiokerroin: } r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n^3 - n}$$

12.06.2015
1.0.2015

TAULUKKO 2: Studentin t - jakauma

Kriittiset arvot \$t_p\$ ja ilollakin merkittävyyksien \$p\$ ja vapausasteiden \$f\$ arvot.



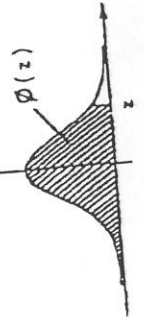
Esim. Kaksisuuntainen testi
merkittävyydellä \$p\$

f	merkittävyyttä \$p\$ yksisuuntaisissa testeissä			
	0,05	0,025	0,01	0,005
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,721	2,080	2,518	2,831
22	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,706	2,056	2,479	2,779
27	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,684	2,021	2,423	2,704
50	1,676	2,009	2,403	2,678
60	1,671	2,000	2,390	2,660
80	1,664	1,990	2,374	2,639
100	1,660	1,984	2,365	2,626
200	1,653	1,972	2,345	2,601
500	1,648	1,965	2,334	2,586
\$\infty\$	1,645	1,960	2,326	2,576

Huom. Viimeisellä rivillä olevat luvut ovat normaalijakauman kriittiset arvot \$z_p\$.

TAULUKKO 1: Standardoitu normaalijakauma

Kertymäfunktio \$\Phi(z)\$ argumentin \$z\$ eri arvoilla.



$$\phi(z) = \int_{-\infty}^z \varphi(u) du, \text{ jossa } \varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7703	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9954
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9978	.9979	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

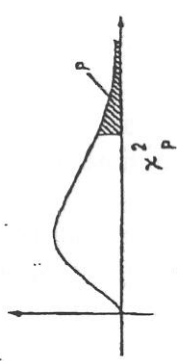
Esim. $\Phi(-2,18) = 1 - \Phi(2,18) = 1 - 0,9854 = 0,0146$

Lähte: Hävva - Vantaa - Veikko
Tilastolliset Laskelmat

TAULUKKO 3.1. χ^2 - jakauma

Yksisuuntaiseen testiin liittyviä kriittisiä arvoja χ^2_p jaollakin merkittävyytasojen p ja vapausasteiden f arvoilla.

Esim. Jos f = 15 ja p = 0,05
on $P(\chi^2 > 24,996) = 0,05$

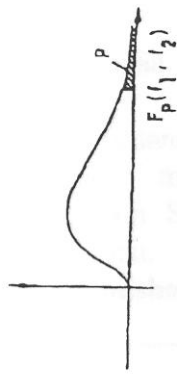


f \ p	0.99	0.95	0.10	0.05	0.01	0.001
1	0.000	0.004	2.706	3.841	6.635	10.828
2	0.020	0.103	4.605	5.991	9.210	13.816
3	0.115	0.352	6.251	7.815	11.345	16.266
4	0.297	0.711	7.779	9.488	13.277	18.467
5	0.554	1.145	9.236	11.070	15.086	20.515
6	0.872	1.635	10.645	12.592	16.812	22.458
7	1.239	2.167	12.017	14.067	18.475	24.322
8	1.646	2.733	13.362	15.507	20.090	26.125
9	2.088	3.325	14.684	16.919	21.666	27.877
10	2.558	3.940	15.987	18.307	23.209	29.588
11	3.053	4.575	17.275	19.675	24.725	31.264
12	3.571	5.226	18.549	21.026	26.217	32.909
13	4.107	5.892	19.812	22.362	27.688	34.528
14	4.660	6.571	21.064	23.685	29.141	36.123
15	5.229	7.261	22.307	24.996	30.578	37.697
16	5.812	7.962	23.542	26.296	32.000	39.252
17	6.408	8.672	24.769	27.587	33.409	40.790
18	7.015	9.390	25.989	28.869	34.805	42.312
19	7.633	10.117	27.204	30.144	36.191	43.820
20	8.260	10.851	28.412	31.410	37.566	45.315
21	8.897	11.591	29.615	32.671	38.932	46.797
22	9.542	12.338	30.813	33.924	40.289	48.268
23	10.196	13.091	32.007	35.172	41.638	49.728
24	10.856	13.848	33.196	36.415	42.980	51.179
25	11.524	14.611	34.382	37.652	44.314	52.620
26	12.198	15.379	35.563	38.885	45.642	54.052
27	12.879	16.151	36.741	40.113	46.963	55.476
28	13.565	16.928	37.916	41.337	48.278	56.892
29	14.256	17.708	39.087	42.557	49.588	58.302
30	14.953	18.493	40.256	43.773	50.892	59.703
40	22.164	26.509	51.805	55.758	63.691	73.402
50	29.707	34.764	63.167	67.505	76.154	86.661
60	37.485	43.188	74.397	79.082	88.379	99.607
70	45.442	51.739	85.527	90.531	100.425	112.317
80	53.540	60.391	96.578	101.879	112.329	124.839
90	61.754	69.126	107.565	113.143	124.116	137.208
100	70.065	77.930	118.498	124.342	135.806	149.448

TAULUKKO 4.1.1 Fisherin F - jakauma

Yksisuuntaiseen testiin liittyviä kriittisiä arvoja $F_p(f_1, f_2)$ merkittävyytasolla p vapausasteiden f_1 ja f_2 eri kombinaatioilla.

$$F(f_1, f_2) = \frac{\chi^2_1 / f_1}{\chi^2_2 / f_2} = \frac{s^2_1}{s^2_2}$$



$f_2 \backslash f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	12	16	24	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	244	246	249	254
2	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.74	8.69	8.64	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	5.91	5.84	5.77	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.68	4.60	4.53	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.00	3.92	3.84	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.57	3.49	3.41	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.28	3.20	3.12	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.07	2.99	2.90	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	2.91	2.83	2.74	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.79	2.70	2.61	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.69	2.60	2.51	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.60	2.51	2.42	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.53	2.44	2.35	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.48	2.38	2.29	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.42	2.33	2.24	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.38	2.29	2.19	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.34	2.25	2.15	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.31	2.21	2.11	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.28	2.18	2.08	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.25	2.16	2.05	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.23	2.13	2.03	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.20	2.11	2.00	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.18	2.07	1.98	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.16	2.07	1.96	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.15	2.05	1.95	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.13	2.04	1.93	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.12	2.02	1.91	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.10	2.01	1.90	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.09	1.99	1.89	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.00	1.90	1.79	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	1.92	1.82	1.70	1.39
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.85	1.75	1.63	1.28
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.75	1.64	1.52	1.00

Esim. $F_{0,05}(3,15) = 3.29$ eli $P(F(3,15) > 3.29) = 0.05$